ZADANIA Z FIZYKI DLA STUDENTÓW WYDZIAŁU MT,
KIERUNEK: Mechatronika, SEM. I, 2010/2011
ZESTAW 5

Zadania do rozwiązania w sekcjach:

1. Oblicz pracę wykonaną przez 1 mol gazu doskonałego rozszerzającego się izotermicznie od objętości V_1 do objętości V_2. Wykonać jakościowy rysunek zmian ciśnienia w funkcji objętości dla tej przemiany p=p(V).

2. Oszacuj liczbę cząsteczek oraz liczbę moli powietrza w pomieszczeniu, w którym aktualnie się znajdujesz.

3. Oszacować średnią drogę swobodną $\bar{\lambda}$ i średni czas $\bar{\tau}$ między dwoma kolejnymi zderzeniami dla: a) cząstek wodoru w warunkach normalnych; b) protonów w Galaktyce. Dane: gęstość protonów w Galaktyce = 10^4 1/m^3, masa protonu $m_p=1.673\cdot10^{-27}$ kg, promień protonu $r=1.3\cdot10^{-15}$ m, średnica atomu wodoru $d=2.7\cdot10^{-10}$m, liczba Avogadra $N_A=6.02\cdot10^{23}$ 1/mol.

4. W pewnej objętości znajduje się $n_1 = 10^{18}$ cząsteczek o prędkości V_1=50 m/s, $n_2=5\cdot10^{18}$ cząsteczek o prędkości V_2=100 m/s, $n_3=10\cdot10^{18}$ cząsteczek o prędkości V_3=150 m/s, $n_4=20\cdot10^{18}$ cząsteczek o prędkości V_4=200 m/s, $n_5=5\cdot10^{18}$ cząsteczek o prędkości V_5=300 m/s, $n_6=10^{18}$ cząsteczek o prędkości V_6=400 m/s. Znaleźć średnią prędkość oraz pierwiastek ze średniego kwadratu prędkości cząsteczek tego gazu oraz porównać te wyniki ze sobą.

5. Gaz dwuatomowy rozpręża się adiabatycznie od objętości V_1 do $V_2 = 2V_1$. Wyznaczyć zmianę współczynników dyfuzji D, lepkości η i przewodnictwa cieplnego K w czasie tego procesu. Założyć, że cząsteczki nie odkształcają się.

6. Lepkość tlenu w warunkach normalnych wynosi $\eta= 1.89\cdot10^{-6}$ kg/m·s. Oblicz średnicę drobiny tlenu.

7. Oblicz, ile ciepła przepłynie przez warstwę powietrza zawartą między szybami okiennymi o powierzchni S=2m^2 odległymi o l = 0.1m w czasie t =1h, jeżeli temperatura między szybami zmienia się liniowo od T_1 = -20°C do T_2=+20°C. Przyjąć masę molową powietrza m=0.029 kg/mol i średnicę cząsteczki $d=3.0\cdot10^{-10}$m. Ilość przepływającego ciepła określa wzór: $\Delta Q = -\mathrm{K}\cdot\left(\frac{\Delta T}{\Delta l}\right)\cdot \mathrm{S}\cdot \mathrm{t}$

8. Powietrze o masie m =4kg znajduje się w temperaturze T_1=298.16K oraz pod ciśnieniem $p_1=4.052\cdot10^5$ N/m^2. Ciśnienie powietrza zostało obniżone w warunkach stałej objętości do $p_2=1.013\cdot10^5$ N/m^2. Oblicz końcową temperaturę powietrza oraz pracę i ciepło zużyte do dokonania tego procesu. Ciepło właściwe powietrza w stałej objętości c_v=753.6 J/kg·K.

9. Oblicz pracę wykonaną przez 1 mol gazu doskonałego rozszerzającego się adiabatycznie od objętości V_1 do objętości V_2.

10. Powietrze w temperaturze T_1=373.16K znajduje się pod ciśnieniem $p_1=10.13\cdot10^5$ N/m^2. Wskutek adiabatycznego rozprężania ciśnienie jego spadło do $p_2=1.013\cdot10^5$ N/m^2. Obliczyć końcową temperaturę powietrza.

11. Powietrze zajmuje objętość V_1=10mm pod ciśnieniem $p_1=10.13\cdot10^5$ N/m^2. Wskutek adiabatycznego rozprężania ciśnienie jego spadło do $p_2=1.013\cdot10^5$ N/m^2. Obliczyć końcową objętość zajmowaną przez powietrze.

12. W warunkach normalnych współczynnik lepkości CO_2 wynosi $\eta=14\cdot10^{-6}$ kg/m·s. Obliczyć współczynnik dyfuzji D, współczynnik przewodnictwa cieplnego K oraz średnią drogę swobodną $\bar{\lambda}$. Dla gazu 3-atomowego liczba stopni swobody i=6.

Współczynniki dyfuzji D, lepkości η i przewodnictwa cieplnego K opisują procesy przenoszenia masy, pędu i energii i są związane z ruchami cieplnymi drobin. Można je opisać wzorami:

$$D = \frac{1}{3} \cdot \overline{V} \cdot \overline{\lambda}, \quad \eta = \rho \cdot D, \quad K = c_V \cdot \eta$$

$$\text{gdzie}: \overline{V} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad \overline{\lambda} = \frac{RT}{\sqrt{2} N_A \pi d^2 p}, \quad \rho = \frac{p\mu}{RT}, \quad c_V = \frac{iR}{2\mu}, \quad i \text{ - liczba stopni swobody}$$

Zadania dodatkowe:

1. Oblicz prędkość prawdopodobną, średnią arytmetyczną oraz średnią kwadratową dla wodoru w temperaturze T=300K.

2. Ile wynosi względna liczba cząsteczek powietrza (względem liczby wszystkich cząsteczek) posiadających prędkości z przedziału 200-310 m/s w temperaturze 300K? Użyj przybliżonej metody obliczeń; prostokątów lub trapezów.

3. Rozwiąż ten sam problem, jak powyżej (zadanie 2), wykorzystując metodę punktu środkowego.

4. Wyznacz rozkład temperatury w przestrzeni pomiędzy dwoma cienkimi, współosiowymi powierzchniami walcowymi, posiadającymi promienie *R1* i *R2* (*R1<R2*). Temperatura większego walca wynosi *T1* a mniejszego *T2* (*T2 < T1*). Założyć, że współczynnik przewodnictwa ciepła gazu wypełniającego przestrzeń pomiędzy walcami jest proporcjonalny do $\sqrt{T}$.

5. Gradientem skalarnej funkcji $f(x,y,z)$ nazywamy wektor o składowych $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$, gdzie $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ oznaczają pochodne (cząstkowe) funkcji f po zmiennych x, y, z.

$$\text{grad } f \overset{ozn.}{=} \nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}, \quad \nabla - \text{jest tzw. operatorem nabla}$$

Wyznacz gradient następujących funkcji:

$$f(x,y,z) = A(x^3 + y^2 + z^3), \quad g(x,y,z) = B(x^3 + y^2 + z^3)^{-\frac{1}{2}}$$