

**ZADANIA Z FIZYKI DLA STUDENTÓW WYDZIAŁU MT,
KIERUNEK: Mechatronika
ZESTAW 5**

Zadania do rozwiązania w sekcjach:

1. Oblicz pracę wykonaną przez 1 mol gazu doskonałego rozszerzającego się izotermicznie od objętości V_1 do objętości V_2 . Wykonać jakościowy rysunek zmian ciśnienia w funkcji objętości dla tej przemiany $p=p(V)$.
2. Oszacuj liczbę cząsteczek oraz liczbę moli powietrza w pomieszczeniu, w którym aktualnie się znajdujesz.
3. Oszacować średnią drogę swobodną $\bar{\lambda}$ i średni czas $\bar{\tau}$ między dwoma kolejnymi zderzeniami dla:
a) cząstek wodoru w warunkach normalnych; b) protonów w Galaktyce. Dane: gęstość protonów w Galaktyce = 10^4 1/m³, masa protonu $m_p=1.673 \cdot 10^{-27}$ kg, promień protonu $r=1.3 \cdot 10^{-15}$ m, średnica atomu wodoru $d=2.7 \cdot 10^{-10}$ m, liczba Avogadra $N_A=6.02 \cdot 10^{23}$ 1/mol.
4. W pewnej objętości znajduje się $n_1 = 10^{18}$ cząsteczek o prędkości $V_1=50$ m/s, $n_2=5 \cdot 10^{18}$ cząsteczek o prędkości $V_2=100$ m/s, $n_3=10 \cdot 10^{18}$ cząsteczek o prędkości $V_3=150$ m/s, $n_4=20 \cdot 10^{18}$ cząsteczek o prędkości $V_4=200$ m/s, $n_5=5 \cdot 10^{18}$ cząsteczek o prędkości $V_5=300$ m/s, $n_6=10^{18}$ cząsteczek o prędkości $V_6=400$ m/s. Znaleźć średnią prędkość oraz pierwiastek ze średniego kwadratu prędkości cząsteczek tego gazu oraz porównać te wyniki ze sobą.
5. Gaz dwuatomowy rozpręża się adiabatycznie od objętości V_1 do $V_2 = 2V_1$. Wyznaczyć zmianę współczynników dyfuzji D , lepkości η i przewodnictwa cieplnego K w czasie tego procesu. Założyć, że cząsteczki nie odkształcają się.
6. Lepkość tlenu w warunkach normalnych wynosi $\eta= 1.89 \cdot 10^{-6}$ kg/m·s. Oblicz średnicę drobiny tlenu.
7. Oblicz, ile ciepła przepłynie przez warstwę powietrza zawartą między szybami okiennymi o powierzchni $S=2\text{m}^2$ odległymi o $l = 0.1\text{m}$ w czasie $t = 1\text{h}$, jeżeli temperatura między szybami zmienia się liniowo od $T_1 = -20^\circ\text{C}$ do $T_2=+20^\circ\text{C}$. Przyjąć masę molową powietrza $m=0.029$ kg/mol i średnicę cząsteczki $d=3.0 \cdot 10^{-10}\text{m}$. Ilość przepływającego ciepła określa wzór: $\Delta Q = -K \cdot \left(\frac{\Delta T}{\Delta l} \right) \cdot S \cdot t$
8. Powietrze o masie $m = 4\text{kg}$ znajduje się w temperaturze $T_1=298.16\text{K}$ oraz pod ciśnieniem $p_1=4.052 \cdot 10^5$ N/m². Ciśnienie powietrza zostało obniżone w warunkach stałej objętości do $p_2=1.013 \cdot 10^5$ N/m². Oblicz końcową temperaturę powietrza oraz pracę i ciepło zużyte do dokonania tego procesu. Ciepło właściwe powietrza w stałej objętości $c_v=753.6$ J/kg·K.
9. Oblicz pracę wykonaną przez 1 mol gazu doskonałego rozszerzającego się adiabatycznie od objętości V_1 do objętości V_2 .
10. Powietrze w temperaturze $T_1=373.16\text{K}$ znajduje się pod ciśnieniem $p_1=10.13 \cdot 10^5$ N/m². Wskutek adiabatycznego rozprężania ciśnienie jego spadło do $p_2=1.013 \cdot 10^5$ N/m². Obliczyć końcową temperaturę powietrza.
11. Powietrze zajmuje objętość $V_1=10\text{mm}$ pod ciśnieniem $p_1=10.13 \cdot 10^5$ N/m². Wskutek adiabatycznego rozprężania ciśnienie jego spadło do $p_2=1.013 \cdot 10^5$ N/m². Obliczyć końcową objętość zajmowaną przez powietrze.
12. W warunkach normalnych współczynnik lepkości CO_2 wynosi $\eta=14 \cdot 10^{-6}$ kg/m·s. Obliczyć współczynnik dyfuzji D , współczynnik przewodnictwa cieplnego K oraz średnią drogę swobodną $\bar{\lambda}$. Dla gazu 3-atomowego liczba stopni swobody $i=6$.

Współczynniki dyfuzji D , lepkości η i przewodnictwa cieplnego K opisują procesy przenoszenia masy, pędu i energii i są związane z ruchami cieplnymi drobin. Można je opisać wzorami:

$$D = \frac{1}{3} \cdot \bar{V} \cdot \bar{\lambda}, \quad \eta = \rho \cdot D, \quad K = c_v \cdot \eta$$

$$\text{gdzie: } \bar{V} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad \bar{\lambda} = \frac{RT}{\sqrt{2}N_A\pi d^2 p}, \quad \rho = \frac{p\mu}{RT}, \quad c_v = \frac{iR}{2\mu}, \quad i - \text{liczba stopni swobody}$$

Zadania dodatkowe:

1. Oblicz prędkość prawdopodobną, średnią arytmetyczną oraz średnią kwadratową dla wodoru w temperaturze $T=300\text{K}$.
2. Ile wynosi względna liczba cząsteczek powietrza (względem liczby wszystkich cząsteczek) posiadających prędkości z przedziału $200\text{-}310\text{ m/s}$ w temperaturze 300K ? Użyj przybliżonej metody obliczeń; prostokątów lub trapezów.
3. Rozwiąż ten sam problem, jak powyżej (zadanie 2), wykorzystując metodę punktu środkowego.
4. Wyznacz rozkład temperatury w przestrzeni pomiędzy dwoma cienkimi, współosiowymi powierzchniami walcowymi, posiadającymi promienie R_1 i R_2 ($R_1 < R_2$). Temperatura większego walca wynosi T_1 a mniejszego T_2 ($T_2 < T_1$). Założyć, że współczynnik przewodnictwa ciepła gazu wypełniającego przestrzeń pomiędzy walcami jest proporcjonalny do \sqrt{T} .

5. Gradientem skalarnej funkcji $f(x,y,z)$ nazywamy wektor o składowych $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$, gdzie $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ oznaczają pochodne (cząstkowe) funkcji f po zmiennych x, y, z .

$$\text{grad } f = \overset{\text{ozn.}}{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}, \quad \nabla - \text{jest tzw. operatorem nabra}$$

Wyznacz gradient następujących funkcji:

$$f(x, y, z) = A(x^3 + y^2 + z^3), \quad g(x, y, z) = B(x^3 + y^2 + z^3)^{-\frac{1}{2}}$$